
Epreuve de Moyenne Durée N° 1.

Barème : 4 + 3 + 6 + 4 + 3.

Exercice 1. Soit $f : E \rightarrow F$ une application. Que signifient les expressions suivantes ?

- $\forall x \in E, \exists y \in F, f(x) = y.$
- $\exists y \in F, \forall x \in E, f(x) = y.$
- $\forall y \in F, \exists x \in E, f(x) = y.$
- $\exists x \in E, \forall y \in F, f(x) = y.$

Exercice 2. Soient A, B et C trois sous-ensembles d'un ensemble E .

1. Montrer que : $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C).$
2. Montrer que : $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C).$

Exercice 3. Soient $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ et $g : \mathbb{R}_+ \rightarrow \mathbb{R}_+$ les fonctions définies par :

$$f(x) = 2x + 1.$$

$$g(x) = \sqrt{2x} + 1.$$

1. f et g sont-elles bijectives ?
2. Calculer f^{-1} et g^{-1} et donner leurs domaines de définition.
3. Montrer que $(f \circ g)$ est inversible puis déduire $(f \circ g)^{-1}$ sans calculer $f \circ g$.

Exercice 4. On définit dans \mathbb{Z} la relation suivante :

$$a \mathcal{R} b \Leftrightarrow \exists k \in \mathbb{Z}, a - b = 5.k.$$

1. Montrer que \mathcal{R} est une relation d'équivalence sur \mathbb{Z} .
2. Trouver la classe d'équivalence de 0 ? de 1 ?

Exercice 5. Calculer :

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} x + \sqrt{x^2 + 1}$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{x^2 + 2} - \sqrt{x^2 - 2}}{2x}.$$

Bonne chance.

