
Epreuve de Moyenne Durée N° 2.

Barème : 4+4+4+4+4.

Exercice 1. Soit u_n la suite réelle telle que :

$$u_0 = \sqrt{2}.$$

$$u_{n+1} = \sqrt{2 + u_n}, \quad \forall n \in \mathbb{N}^*.$$

1. Montrer que $\forall n \in \mathbb{N}, 1 \leq u_n \leq 2$.
2. Montrer qu'elle est croissante.
3. Dédire sa nature et calculer sa limite.

Exercice 2. Etudier la continuité et dérivabilité de la fonction :

$$f(x) = x^2 + |x|.$$

Exercice 3. Trouver les extréma relatifs de la fonction :

$$f(x) = (x^2 - 3)e^x + 1.$$

Exercice 4. Soit la fonction :

$$sh(x) = \frac{e^x - e^{-x}}{2}.$$

1. Calculer le développement limité à l'ordre 3 au point 0 de la fonction sh .
2. Donner l'équivalent de $\frac{sh(x)}{x}$ au voisinage de 0 puis calculer :

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{sh(x)}{x}.$$

Exercice 5. Calculer :

$$\int_0^1 (e^x + 3x^2)dx, \quad \int_{-2}^2 |x^2 - 1|dx.$$

Bonne chance.

