
Epreuve de Rattrapage.

Barème : 5 + 4 + 8 + 3.

Durée : 1 H 30 mn.

Exercice 1. Montrer en utilisant la table de vérité que :

- $\text{non}(P \text{ et } Q) = (\text{non } P) \text{ ou } (\text{non } Q)$.
- $\text{non}(P \text{ ou } Q) = (\text{non } P) \text{ et } (\text{non } Q)$.

Soient A et B deux parties d'un ensemble E . Montrer que :

- $\mathfrak{C}_E(A \cap B) = \mathfrak{C}_E A \cup \mathfrak{C}_E B$.
- $\mathfrak{C}_E(A \cup B) = \mathfrak{C}_E A \cap \mathfrak{C}_E B$.

Exercice 2. Soit u_n la suite réelle définie par :

$$u_n = \frac{1}{n} + (-1)^n, \text{ pour tout } n \in \mathbb{N}^*.$$

Considérons les deux suites extraites u_{2n} et u_{2n+1} .

- Montrer que u_{2n} et u_{2n+1} sont convergentes.
- Calculer leurs limites.
- u_{2n} et u_{2n+1} sont-elles adjacentes ? Pourquoi ?
- Dédurre la nature de la suite u_n .

Tourner la page.

Exercice 3. Considérons la fonction réelle :

$$f(x) = (x^2 - 3)e^x + 1.$$

- Donner le domaine de définition de f .
- Calculer la dérivée de f .
- Etudier les variations de f puis calculer ses limites aux bornes du domaine de définition.
- Montrer que :

$$f''(x) = (x^2 + 4x - 1)e^x.$$

- Déterminer les extrema relatifs de f .

Soit le développement limité de e^x à l'ordre 3 au voisinage de 0 :

$$e^x = 1 + x + \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{6} + o(x^3).$$

- Donner le développement limité de f à l'ordre 3 au voisinage de 0.
- Dédire la valeur de $f'''(0)$ (sans calculer f''').

Exercice 4. Calculer :

$$\int x e^x dx.$$

Bonne chance.

