Université A/Mira de Béjaia
Département des Sciences de Gestion
1$^{\text{ère}}$ Année Maths I. - 2004/2005

Série d'exercices N° 2.

Exercice 1. On définit dans $\mathbb{R}$ la relation suivante :

$$x\mathcal{R}y \Leftrightarrow x^2 = y^2.$$

- $\mathcal{R}$ est-elle une relation d'équivalence ?
- Donner la classe d'équivalence de $x \in \mathbb{R}$.

Exercice 2. Soit dans $\mathbb{N}$ la relation suivante : $p\mathcal{R}q \Leftrightarrow p$ divise q.

- Montrer que $\mathcal{R}$ est une relation d'ordre.
- S'agit-il d'un ordre total ?

(On dit que *"p divise q"* si : $\exists r \in \mathbb{N} \ : \ q = rp$.

Exercice 3. Déterminer si les applications suivantes sont injectives :

$$\begin{array}{rll} f: & \mathbb{R} \to & \mathbb{R} \\ & x \rightarrowtail & f(x) = ax + b. \end{array} \quad \text{avec : } a, b \in \mathbb{R},\ a \neq 0.$$

$$\begin{array}{rll} g: & \mathbb{R} \to & \mathbb{R} \\ & x \rightarrowtail & g(x) = x^2 + 1. \end{array}$$

$$\begin{array}{rll} h: & \mathbb{R}_+ \to & \mathbb{R} \\ & x \rightarrowtail & h(x) = x^2. \end{array}$$

Déterminer si elles sont surjectives ? bijectives ?.

Exercice 4. Soit $f : E \to F$ une application et Soit A et B deux partie de E. Montrer que :

1. $A \subset B \Rightarrow f(A) \subset f(B)$.
2. $f(A \cup B) = f(A) \cup f(B)$.
3. $f(A \cap B) \subset f(A) \cap f(B)$ et que : $f(A \cap B) \neq f(A) \cap f(B)$.

Exercice 5. Soient $f : E \to F$ et $g : F \to G$ deux applications. On appelle fonction composée ou composition des deux fonctions f et g, la fonction :

$$\begin{array}{rll} gof: & E \to & G \\ & x \mapsto & gof(x) = g(f(x)). \end{array}$$

- Montrer que si "f est surjective et g est surjective" alors gof est surjective.
- Même question pour l'injectivité et la bijectivité.
- Déterminer $(gof)^{-1}$.