Université A/Mira de Béjaia
Département des Sciences de Gestion
1$^{\text{ère}}$ Année Maths I. - 2004/2005

Série d'exercices N° 4.

Exercice 1. Soit f la fonction réelle donnée par :

$$f(x) = \begin{cases} \frac{3x}{2}, & \text{si } x \leq 1\,; \\ \frac{1}{2}(ax)^2 + 4ax, & \text{si } x > 1. \end{cases}$$

Donner les valeurs de a pour que f soit continue sur $\mathbb{R}$.

Exercice 2. Donner le domaine de définition puis étudier la continuité des fonctions suivantes :

$$f(x) = |x^2 - 1|. \quad g(x) = \begin{cases} \frac{|x|}{x}, & \text{Si } x \neq 0\,; \\ 0, & \text{Si } x = 0. \end{cases} \quad h(x) = \begin{cases} \frac{x^2-1}{x-1}, & \text{Si } x \neq 1\,; \\ 2, & \text{Si } x = 1. \end{cases}$$

Exercice 3. Soit f une fonction continue sur $\mathbb{R}$ telle que :

$$\exists a \in \mathbb{R} / \ fof(a) = a$$

Montrer qu'il existe $c \in \mathbb{R}$ tel que : $f(c) = c$.
<u>Indication :</u> Utiliser la fonction $g(x) = f(x) - x$.

Exercice 4. Calculer les limites suivantes :

$$\lim_{x \to 1} \frac{x^3 - 1}{x^2 - 1}, \quad \lim_{x \to 0} \frac{\sqrt{x}}{x}.$$

Exercice 5. Etudier la dérivabilité des fonctions données par l'exercice **??**.

Exercice 6. Trouver les domaines de dérivabilité puis calculer les dérivées des fonctions suivantes :

$$x^7 - 2x^3 + x + 9, \quad \sqrt{x^2 + 1}, \quad (x^2 + 3x - 1)(2x - 4), \quad \frac{x^3}{\sqrt{x^2 + 1}}.$$

Exercice 7. Trouver les extrema relatifs et absolus des fonctions suivantes

$$x^2 + 1 \text{ sur } [-1, 2], \quad \frac{1}{3}x^3 - x \text{ sur } [-3, 3], \quad x^7 + 9 \text{ sur } [-1, 1],$$
$$x^6 + x^4 + 1 \text{ sur } [-1, 1], \quad \sqrt{x^2 + 1} \text{ sur } [-1, 1].$$