
Série d'exercices N° 5.

Exercice 1. Résoudre dans \mathbb{R}_+^* les équations suivantes :

- $\begin{cases} \ln x + \ln y = 0, \\ x - 3y = 2. \end{cases}$
- $\begin{cases} \log_{10} 5x - \log_{10} y = 1, \\ x + y = 6. \end{cases}$
- $\begin{cases} 2 \log_4 2x - \log_4 y = 2, \\ x^2 + y = 5. \end{cases}$

Exercice 2. Calculer les limites suivantes :

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln x}{x}, \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln x}{\sqrt{x}}, \quad \lim_{x \rightarrow 0} x^3 \ln x.$$

Exercice 3. Trouver les domaines de définition puis calculer les dérivées des fonctions suivantes :

$$\ln(x^3 + x), \quad x \ln x, \quad \frac{\ln(x^2 + 1)}{x}, \quad \ln \frac{\sqrt{(x-1)}}{x^2 + 2}, \quad \frac{x(1 + x^2)}{\sqrt{1 - x^2}}.$$

Exercice 4. Résoudre dans \mathbb{R} :

$$\begin{cases} e^x e^y = 1, \\ x - y = 4. \end{cases}, \quad 3e^{2x} - 2e^x - 1 = 0.$$

Exercice 5. Calculer les limites suivantes :

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x}{x}, \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x}{\ln x}, \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^{2x}}{x^3}.$$

Exercice 6. Trouver les domaines de définition puis calculer les dérivées des fonctions suivantes :

$$e^{x^2}, \quad x^3 e^{2x+1}, \quad \frac{e^x - e^{-x}}{2}, \quad e^{\frac{\sqrt{(x-1)}}{x^2+2}}.$$

